Эта формула выражает закон аберрации в его наиболее общей форме. Если $\varphi = \pi/2$, то формула принимает простой вид

$$\cos\varphi' = -\frac{v}{V}.$$

Мы должны теперь найти значение амплитуды волн, воспринимаемых наблюдателем в движущейся системе. Обозначив соответственно через A и A' амплитуды напряженностей электрического или магнитного полей, измеренные в покоящейся и в движущейся системах, получим

$$A'^2 = A^2 \frac{\left(1 - \frac{v}{V}\cos\varphi\right)}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Это соотношение при $\varphi = 0$ переходит в более простое

$$A'^2 = A^2 \frac{1 - \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}}.$$

Из выведенных уравнений следует, что наблюдателю, который будет приближаться со скоростью V к некоторому источнику света, последний будет казаться бесконечно интенсивным.

§ 8. Преобразование энергии лучей света. Теория давления, производимого светом на идеальное зеркало

Так как $A^2/8\pi$ равняется энергии света в единице объема, то на основании принципа относительности величину $A'^2/8\pi$ мы должны рассматривать как энергию света в движущейся системе. Поэтому величина A'^2/A^2 была бы отношением энергии определенного светового комплекса, «измеренной в движении», к энергии того же комплекса, «измеренной в покое», если бы объем светового комплекса оставался бы одним и тем же при измерении в системах k и K. Однако это не так. Если a, b, c представляют собой направляющие косинусы нормалей к фронту световой волны в покоящейся системе, то через элементы поверхности сферы

$$(x - Vat)^2 + (y - Vbt)^2 + (z - Vct)^2 = R^2,$$

движущейся со скоростью света, не проходит никакая энергия; поэтому мы можем утверждать, что эта поверхность все время ограничивает собой один и тот же световой комплекс. Выясним, какое количество энергии заключено внутри этой поверхности, если наблюдение ведется в системе k, т.е. какова будет энергия этого светового комплекса относительно системы k.

Сферическая поверхность, рассматриваемая в движущейся системе, представляет собой поверхность эллипсоида, уравнение которого в момент времени $\tau = 0$ будет

$$\left(\beta\xi - a\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 + \left(\eta - b\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 + \left(\zeta - c\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 = R^2.$$

Если через S обозначить объем шара, а через S' объем этого эллипсоида, то, как показывает простое вычисление, должно выполняться соотношение

$$\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{1-(v/V)^2}}{1-\frac{v}{V}\cos\varphi}.$$

Обозначая через E энергию света, заключенную внутри рассматриваемой поверхности и измеренную в покоящейся системе, а через E' ту же энергию, измеренную в движущейся системе, получаем

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{A'^2}{8\pi}S'}{\frac{A^2}{8\pi}S} = \frac{1-\frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v/V)^2}}.$$

Эта формула при $\varphi = 0$ переходит в более простую

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{V}}{1+\frac{v}{V}}}.$$

Замечательно то, что и энергия, и частота светового комплекса с изменением состояния движения наблюдателя меняются по одному и тому же закону.

Пусть теперь координатная плоскость $\xi = 0$ представляет собой идеальную зеркальную поверхность, от которой отражаются плоские волны, рассмотренные в предыдущем параграфе. Выясним, чему равно световое давление, производимое на зеркальную поверхность, и каковы направление, частота и интенсивность света после отражения.

Пусть падающий свет характеризуется величинами A, $\cos\varphi$, ν (отнесенными к системе K). При наблюдении из системы k для соответствующих величин имеем

$$A' = A\frac{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v/V)^2}}, \qquad \cos\varphi' = \frac{\cos\varphi - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}, \qquad \nu' = \nu\frac{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v/V)^2}}.$$

Если мы отнесем этот процесс к системе k, то для отраженного света получим

$$A'' = A', \qquad \cos\varphi'' = -\cos\varphi', \qquad \nu'' = \nu'.$$

Наконец, производя обратное преобразование к системе K, получаем для отраженного света

$$A''' = A''\frac{1 + \frac{v}{V}\cos\varphi''}{\sqrt{1-(v/V)^2}} = A\frac{1 - 2\frac{v}{V}\cos\varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

$$\cos\varphi''' = \frac{\cos\varphi'' + \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}\cos\varphi''} = -\frac{\left[1 + \left(\frac{v}{V}\right)^2\right]\cos\varphi - 2\frac{v}{V}}{1 - 2\frac{v}{V}\cos\varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

$$\nu''' = \nu''\frac{1 + \frac{v}{V}\cos\varphi''}{\sqrt{1-(v/V)^2}} = \nu\frac{1 - 2\frac{v}{V}\cos\varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2}{\left(1 - \frac{v}{V}\right)^2}.$$

Энергия, падающая на единицу поверхности зеркала в единицу времени (измеренная в покоящейся системе), очевидно, равняется

$$\frac{A^2}{8\pi}(V\cos\varphi - v).$$

Энергия, уходящая с единицы поверхности зеркала в единицу времени, составляет

$$\frac{A'''^2}{8\pi}(-V\cos\varphi''' + v).$$

Разность между этими двумя выражениями, согласно принципу сохранения энергии, равна работе, произведенной световым давлением в единицу времени. Приравнивая работу произведению Pv, где P — световое давление, получаем:

$$P = 2\frac{A^2}{8\pi}\frac{\left(\cos\varphi - \frac{v}{V}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Отсюда в первом приближении получаем в согласии с опытом и с другими теориями

$$P = 2\frac{A^2}{8\pi}\cos^2\varphi.$$

Примененным здесь методом могут быть решены все задачи оптики движущихся тел. Существо дела заключается в том, что электрическое и магнитное поля в световой волне, подвергающейся воздействию со стороны движущегося тела, преобразуются к координатной системе, покоящейся относительно этого тела. Благодаря этому каждая задача оптики движущихся тел сводится к задачам оптики покоящихся тел.

§ 9. Преобразование уравнений Максвелла–Герца с учетом конвекционных токов

Мы исходим из уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{V}\left\{u_x\rho + \frac{\partial X}{\partial t}\right\} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \qquad && \frac{1}{V}\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},\\
&\frac{1}{V}\left\{u_y\rho + \frac{\partial Y}{\partial t}\right\} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, && \frac{1}{V}\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},\\
&\frac{1}{V}\left\{u_z\rho + \frac{\partial Z}{\partial t}\right\} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, && \frac{1}{V}\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x},
\end{aligned}$$

где

$$\rho = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

означает умноженную на 4π плотность электрического заряда, а (u_x, u_y, u_z) — вектор скорости электрического заряда. Если представить себе, что заряды неизменно связаны с очень малыми твердыми