бы предположить, что замкнутое в полости излучение обладает не только инерцией, но и весом. Эта пропорциональность между инертной и тяжелой массой соблюдается без исключения для всех тел с достигнутой до настоящего времени точностью, так что впредь до доказательства обратного мы должны предполагать универсальность этой пропорциональности. В последней главе настоящей работы мы приведем новый аргумент в пользу этого предположения.

§ 12. Энергия и количество движения движущейся системы

Как и в предыдущем параграфе, рассмотрим свободно движущуюся в пространстве систему, окруженную непроницаемой для излучения оболочкой. Как и прежде, обозначим через X_a, Y_a, Z_a и т. д. компоненты внешнего электромагнитного поля, благодаря которому данная система обменивается энергией с другими системами. С помощью метода, примененного при выводе формулы (15), для этого внешнего поля получаем

$$\frac{d}{dt}\left[\int \frac{1}{4\pi c}(Y_a N_a - Z_a M_a)\, d\omega\right] + \int \frac{\rho}{4\pi}\left(X_a + \frac{u_y}{c}N_a - \frac{u_z}{c}M_a\right) d\omega = 0.$$

Предположим теперь, что закон сохранения количества движения всегда выполняется. Тогда та часть второго члена этого соотношения, в которой интегрирование производится по поверхности оболочки, должна представляться в виде производной по времени от величины G_x, полностью определяемой мгновенным состоянием системы; величину G_x назовем x-компонентой количества движения системы. Найдем теперь закон преобразования величины G_x. Применяя формулы преобразования (1) и (7)–(9) в точности так же, как в предыдущих параграфах, получаем соотношение

$$\int dG_x = \beta \iint \frac{\rho'}{4\pi}\left(X'_a + \frac{u'_y}{c}N'_a - \frac{u'_z}{c}M'_a\right) d\omega'\, dt' + \\ + \frac{\beta v}{c^2} \iint \frac{\rho'}{4\pi}(X'_a u'_x + Y'_a u'_y + Z'_a u'_z)\, d\omega'\, dt',$$

или

$$dG_x = \frac{\beta v}{c^2}\, dE' + \beta \int \left[\sum K'_x\right] dt'. \tag{18}$$

Пусть теперь тело движется неускоренно так, что оно в течение продолжительного времени покоится относительно системы отсчета S'; тогда снова

$$\sum K'_x = 0.$$

Несмотря на то, что пределы интегрирования по времени зависят от x', второй член в правой части равенства опять обращается в нуль, если тело не подвергается действию внешних сил до и после рассматриваемого изменения; в этом случае

$$dG_x = \beta \frac{v}{c^2}\, dE'.$$

Отсюда следует, что количество движения системы, не подверженной действию внешних сил, является функцией только двух переменных, а именно: энергии E_0 в системе отсчета, движущейся вместе с рассматриваемой системой, и скорости q переносного движения. Очевидно,

$$\frac{\partial G}{\partial E_0} = \frac{q}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}.$$

Отсюда также следует, что

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} \left(\frac{E_0}{c^2} + \psi(q)\right),$$

где $\psi(q)$ — некоторая пока еще неизвестная функция q.

Поскольку $\psi(q)$ есть не что иное, как количество движения в случае, когда оно определяется только скоростью, из формулы (15б) следует

$$\psi(q) = \frac{\mu q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}.$$

Таким образом, мы получаем

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} \left\{\mu + \frac{E_0}{c^2}\right\}. \tag{18а}$$

Эта формула отличается от формулы для количества движения материальной точки только тем, что μ заменяется на $\left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)$, в согласии с результатом предыдущих параграфов.

Найдем теперь энергию и количество движения тела, покоящегося в системе отсчета S, при условии, что тело постоянно подвержено действию внешних сил. Хотя и в этом случае для любого t'

$$\sum K'_x = 0,$$

входящий в соотношения (16) и (18) интеграл

$$\int \left[\sum K'_x\right] dt'$$

не обращается в нуль, поскольку его пределами являются определенные значения t, а не t'. Поскольку, согласно первому из уравнений (1), разрешенному относительно t,

$$t = \beta(t' + \frac{v}{c^2}x),$$

пределы интегрирования по t' суть $\frac{t_1}{\beta} + \frac{v}{c^2}x'$ и $\frac{t_2}{\beta} - \frac{v}{c^2}x'$, причем t_1 и t_2 не зависят от x', y', z'. Таким образом, пределы интегрирования по времени в системе отсчета S' зависят от положения точки приложения сил. Представим рассматриваемый интеграл в виде суммы трех интегралов:

$$\int \left[\sum K'_x\right] dt' = \int\limits_{\frac{t_1}{\beta} - \frac{v}{c^2}x'}^{\frac{t_1}{\beta}} + \int\limits_{\frac{t_1}{\beta}}^{\frac{t_2}{\beta}} + \int\limits_{\frac{t_2}{\beta}}^{\frac{t_2}{\beta} - \frac{v}{c^2}x'}.$$

Второй из этих интегралов обращается в нуль, поскольку его пределы интегрирования постоянны по времени. Далее, если силы K'_x меняются с произвольной быстротой, оба других интеграла нельзя вычислить; в этом случае в рамках применяемой здесь теории вообще нельзя говорить об энергии или количестве движения системы[1]. Если же эти силы очень мало меняются в интервале времени порядка vx'/c^2, то можно положить

$$\int\limits_{\frac{t_1}{\beta} - \frac{vx'}{c^2}}^{t_1/\beta} \left[\sum K'_x\right] dt' = \sum K'_x \int\limits_{\frac{t_1}{\beta} - \frac{vx'}{c^2}}^{t_1/\beta} dt' = \frac{v}{c^2}\sum x'K'_x.$$

[1]Ср. A. Einstein. Ann. Phys., 1907, **23**, 371, § 2.

Заменяя аналогичным способом третий интеграл, получаем

$$\int \left[\sum K'_x\right] dt' = -d\left\{\frac{v}{c^2}\sum x'K'_x\right\}.$$

Теперь из соотношений (16) и (18) можно без труда вычислить энергию и количество движения; находим

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} - \frac{q^2/c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\sum(\delta_0 K_{0\delta}), \qquad (16б)$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\left(\mu + \frac{E_0 - \sum(\delta_0 K_{0\delta})}{c^2}\right), \qquad (18б)$$

причем $K_{0\delta}$ означает продольную составляющую силы, отнесенной к сопутствующей системе координат, δ_0 — измеренное в той же системе расстояние точки приложения этой силы от плоскости, перпендикулярной направлению движения.

Если внешней силой, как мы будем предполагать в дальнейшем, является давление p_0, не зависящее от направления и действующее везде по нормали к поверхности системы, то, в частности,

$$\sum(\delta_0 K_{0\delta}) = -p_0 V_0, \qquad (19)$$

где V_0 — объем системы, отнесенный к сопутствующей системе отсчета. В этом случае формулы (16б) и (18б) принимают вид

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} + \frac{q^2/c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}p_0V_0, \qquad (16в)$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\left(\mu + \frac{E_0 + p_0V_0}{c^2}\right), \qquad (18в)$$

§ 13. Объем и давление движущейся системы. Уравнения движения

Для определения состояния рассматриваемой системы используем величины E_0, p_0, V_0, определенные в системе отсчета, сопутствующей